第20講・関数 $y = ax^2$

例題 1　関数 $y = ax^2$ ①

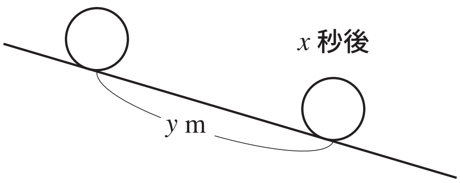
ポイント

● y が x の関数で，$y = ax^2$ の形で表されるとき，y は x の 2 乗に比例するという
ただし，a は 0 でない定数で，この a を比例定数という

（例）$y = 3x^2$ と表されるとき，y は x の 2 乗に比例する。また，比例定数は 3 である

問題

ある斜面で球を転がし，1 秒ごとに転がった距離を次のように記録した。転がり始めてから x 秒間に転がる距離を y m とするとき，次の問いに答えなさい。



x（秒）	0	1	2	3	4
y（m）	0	2	8	18	32

(1)　y が x の 2 乗に比例するとき，y を x の式で表しなさい。
(2)　x の値が 2 倍，3 倍になるとき，対応する y の値はそれぞれ何倍になるか答えなさい。
(3)　転がり始めてから 5 秒間に転がる距離を求めなさい。

解答

(1)　表より
$y = 2x^2$　…(答)

(2)　$x = 1$ のとき $y = 2$ であり，$x = 2$ のとき $y = 8$ であるから，x の値が 2 倍になると，y の値は
4 倍になる　…(答)
また，$x = 3$ のとき $y = 18$ であるから，x の値が 3 倍になると，y の値は
9 倍になる　…(答)

MEMO

(1)

x	0	1	2	3	4
x^2					
y	0	2	8	18	32

(3)　$y = 2x^2$ と表されるから，$x = 5$ を代入すると

$y = 2 \times 5^2$

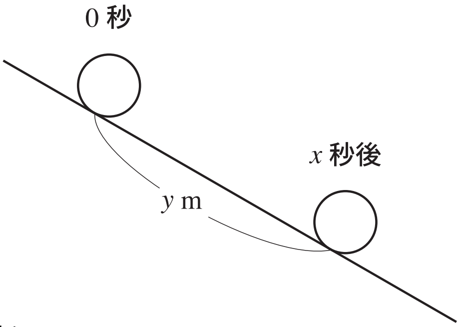
$= 50$

よって

50 m　…(答)

確認テスト 1

ある斜面で球を転がし，1 秒ごとに転がった距離を次のように記録した。転がり始めてから x 秒間に転がる距離を y m とするとき，次の問いに答えなさい。



x（秒）	0	1	2	3	4
y（m）	0	3	12	27	48

(1)　y が x の 2 乗に比例するとき，y を x の式で表しなさい。
(2)　x の値が 4 倍になるとき，対応する y の値は何倍になるか答えなさい。
(3)　転がり始めてから 5 秒間に転がる距離を求めなさい。

例題 2　関数 $y = ax^2$ ②

問題

次のことがらについて，y を x の式で表し，y が x の 2 乗に比例する場合は○，そうでない場合は×と答えなさい。
(1)　1 辺が x cm の正方形の面積を y cm^2 とする。
(2)　1 辺が x cm の立方体の表面積を y cm^2 とする。
(3)　縦が x cm で，横が縦より 3 cm 長い長方形の面積を y cm^2 とする。

ポイント

● y が x の関数で，$y = ax^2$ の式で表されるとき，y は x の 2 乗に比例するという

解答

MEMO

(1)　1 辺が x cm の正方形の面積は

$x \times x = x^2$（cm^2）

と表せる。よって

$y = \boldsymbol{x^2}$　**・・・(答)**

となり，$y = ax^2$ の式で表されるので

○　**・・・(答)**

(2)　1 辺が x cm の立方体の表面積は

$x \times x \times 6 = 6x^2$（$cm^2$）

と表せる。よって

$y = \boldsymbol{6x^2}$　**・・・(答)**

となり，$y = ax^2$ の式で表されるので

○　**・・・(答)**

(3)　縦の長さは x cm，横の長さは $(x + 3)$ cm だから，

長方形の面積は

$x \times (x + 3) = x^2 + 3x$（$cm^2$）

と表せる。よって

$y = \boldsymbol{x^2 + 3x}$　**・・・(答)**

となり，$y = ax^2$ の式で表されないので

×　・・・(答)

確認テスト 2

次のことがらについて，y を x の式で表し，y が x の 2 乗に比例する場合は○，そうでない場合は×と答えなさい。

(1)　底辺が x cm，高さが $3x$ cm の三角形の面積を y cm^2 とする。

(2)　底面の半径が x cm，高さが 4 cm の円柱の体積を y cm^3 とする。

(3)　1 辺が x cm の立方体の体積を y cm^3 とする。

例題 3　関数 $y = ax^2$ の式の求め方

問題

y は x の 2 乗に比例し，$x = 5$ のとき，$y = 75$ である。このとき，次の問いに答えなさい。

(1)　y を x の式で表しなさい。

(2)　$x = 4$ のときの y の値を求めなさい。

(3)　$y = 12$ のときの x の値を求めなさい。

ポイント

- x，y の値の組が与えられたとき，y を x の式で表す
  → 関数を $y=ax^2$ とおき，x，y の値を代入して a の値を求める

- 関数 $y=ax^2$ において，x，y のうち一方の値が与えられたとき，もう一方の値を求める
  → 与えられた x または y の値を代入して，もう一方の値を求める

解答

(1)　y は x の 2 乗に比例するから $y=ax^2$ と書くことができる。この式に $x=5$，$y=75$ を代入すると

$75=a\times5^2$

$75=25a$

$a=3$

よって

$y=\mathbf{3x^2}$　**…(答)**

(2)　$y=3x^2$ に $x=4$ を代入すると

$y=3\times4^2$

$=\mathbf{48}$　**…(答)**

(3)　$y=3x^2$ に $y=12$ を代入すると

$12=3x^2$

$x^2=4$

よって

$x=\mathbf{\pm2}$　**…(答)**

MEMO

確認テスト 3

y は x の 2 乗に比例し，$x=3$ のとき，$y=-36$ である。このとき，次の問いに答えなさい。

(1)　y を x の式で表しなさい。

(2)　$x=5$ のときの y の値を求めなさい。

(3)　$y=-64$ のときの x の値を求めなさい。